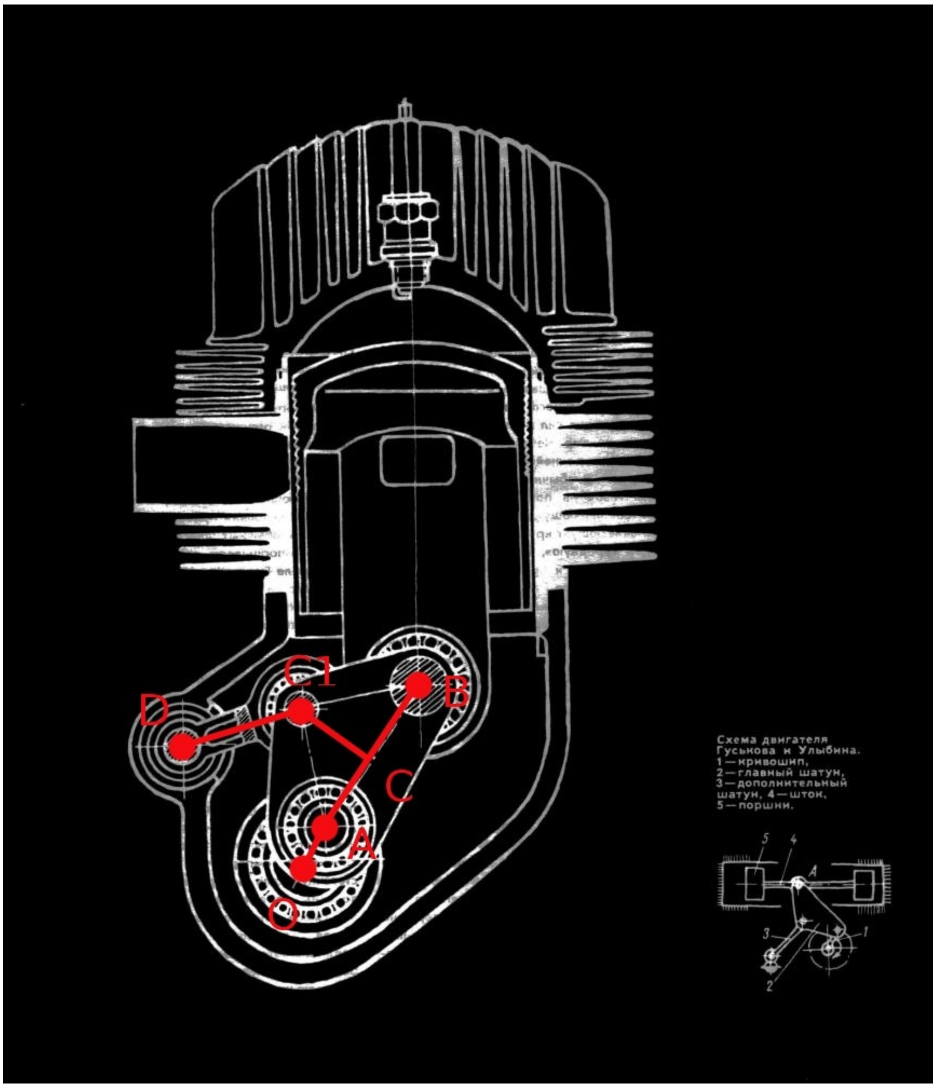

Расчет №1

Задаем параметры

1 - ОА — радиус кривошипа
2 - АВ — длина шатуна
3 - a — угол меду кривошипом и осью OX
4 - b — угол между шатуном АВ и осью OY
5 - OXв — расстояние от оси кривошипа до оси движения поршня
6 Должно соблюдаться условие (АВ - ОА) > Охв (обеспечивает круговое вращение)

Приведенный на рисунке выше механизм не имеет ни одной степени свободы и не может совершать никаких движений.

Определим уравнение траектории движения точки C1. (см. Рис. 1)

Точка C1 (рычаг D-C1) отсутствует — для обеспечения свободы перемещений механизма.

Для упрощения программирования будем работать с зеркальным отражением механизма

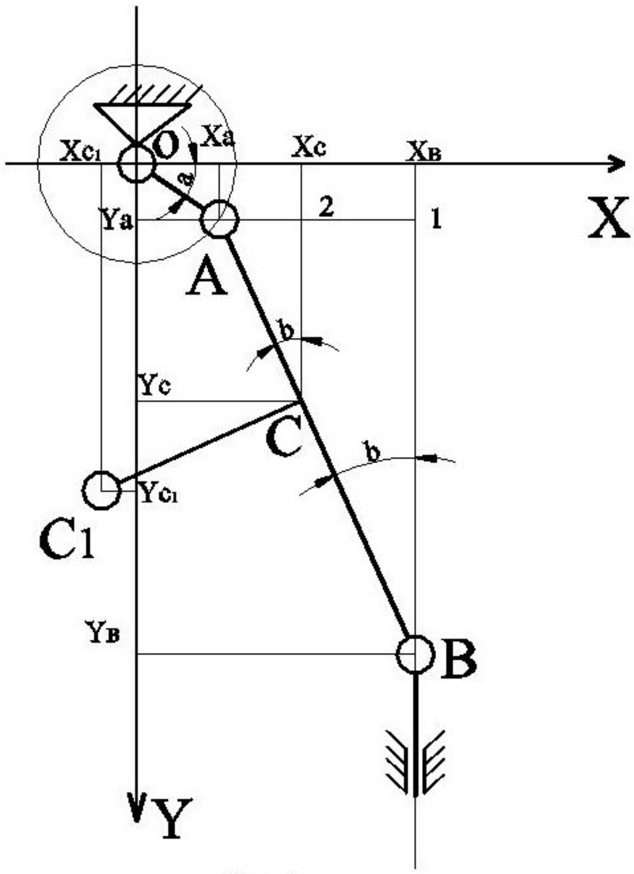

Рис. 1

Уравнение движения точки А

Xa = OA*Cos(a) (1)

Ya = OA*Sin(a) (2)

Найдем уравнение движения точки B:

Xb = OXb = OA*Cos(a) + AB*Sin(b) = const (3)

Yb = Ya+B1 = OA*Sin(a) + AB*Cos(b) (4)

Находим угол b:

Sin(b) = A1/AB где (5)

A1= OXb - OA*Cos(a) (6)

Sin(b) =(OXb - OA*Cos(a)) / AB (7)

Из (Sin(b)) ^ 2 + (Cos(b)) ^ 2 = 1 находим Cos(b)

(Cos(b))^2 = 1 - (Sin(b)) ^ 2 (8)

Cos(b) = Sqr(1 - (Sin(b)) ^ 2) (9)

Или

Cos(b) = Sqr(1 - ((OXb - OA*Cos(a)) / AB) ^ 2) (10)

Подставив (10) в (4) получим:

Yb = OA*Sin(a) + AB*Sqr(1 - ((OXb - OA*Cos(a)) / AB) ^ 2) (11)

Тогда уравнение движения точки В:

Xb =OA*Cos(a) + AB*Sin(b) (12)

Yb = OA*Sin(a) + AB*Sqr(1 - ((OXb - OA*Cos(a)) / AB) ^ 2) (13)

Находим уравнение движения точки С, лежащей на шатуне АВ:

Xc =OA*Cos(a) + AC*Sin(b) (14)

Yc = Ya+C2 = OA*Sin(a) + AC*Cos(b) = OA*Sin(a) + AC*Cos(b)*Sqr(1 - ((OXb — OA*Cos(a)) / AB) ^ 2) (15)

Уравнение движения точки С:

Xc=OA*Cos(a) + AC*Sin(b) (16)

Yc = OA*Sin(a) + AC*Sqr(1 - ((OXb — OA*Cos(a)) / AB) ^ 2) (17)

Составим уравнение точки С1 лежащей на перпендикуляре к точке С.

Для этого построим систему координат X'AY' с центром в точке А. Направление осей параллельны системе XOY. См. Рис. 2

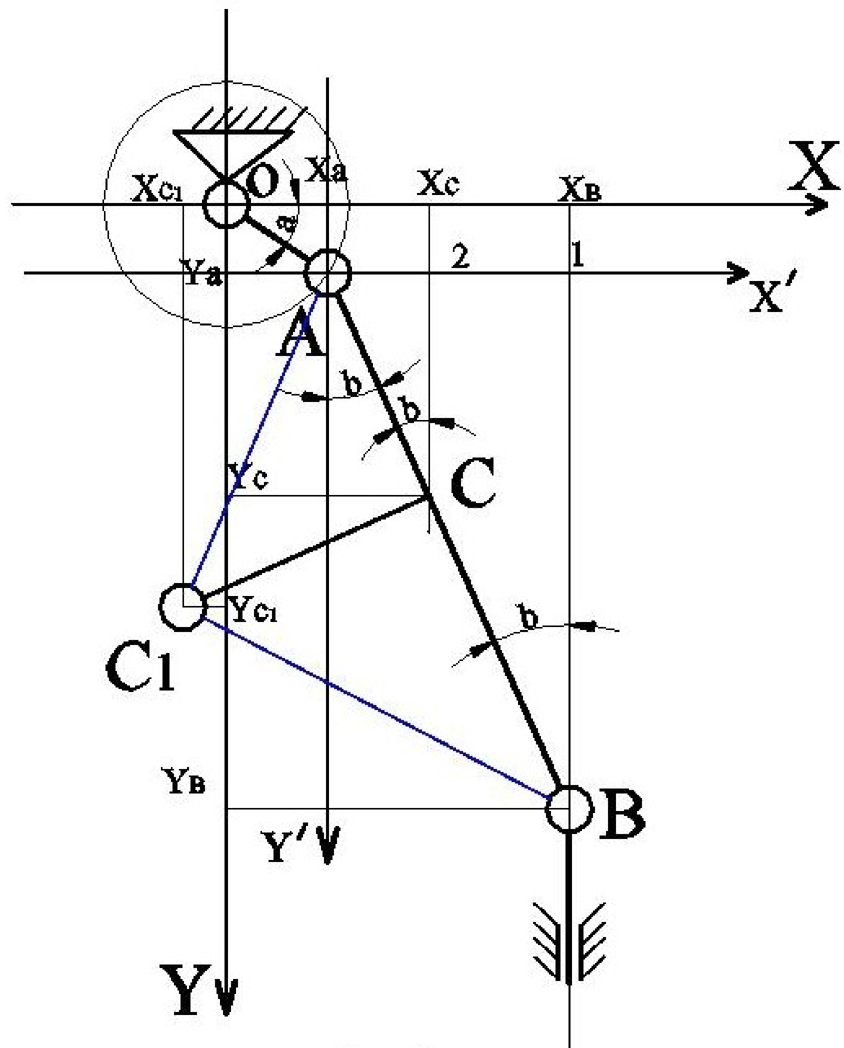

Рис. 2

В треугольнике Y'AC, угол Y'AC равен углу b, а точка C1 совершает колебательные движения вокруг точки A.
X'c1 = AC1*Cos (v) (18)
Y'c1 = AC1*Sin(v) (19)

AC1 = Sqr(AC^2+CC1^2) (20)

В треугольнике Y'AC, угол Y'AC равен углу b, а точка C1 совершает колебательные движения вокруг точки A.
X'c1 = AC1*Cos (v) (18)
Y'c1 = AC1*Sin(v) (19)

AC1 = Sqr(AC^2+CC1^2) (20)

угол v = v1 + v2
v1 = ATan(C1C/AC)
v2 = π - π/2 — b = π/2 — b

Отсюда
v = π/2 — b + Atan(C1C/AC) (21)
Тогда уравнения движения точки C1 в системе координат X'AY'
X'c1 = AC1*Cos(π/2 — b + Atan(CC1/AC)) (22)
Y'c1 = AC1*Sin(π/2 — b + Atan(CC1/AC)) (23)

Переходим к системе координат XOY:
Xc1 = Xa+X'c1
Yc1 = Ya + Y'c1
Подставив, получим:
Xc1 = OA*Cos(a) + AB*Sin(b) + (Sqr(AC^2+CC1^2))*Cos (π/2 — b + Atan(CC1/AC))
Yc1 = OA*Sin(a) + AB*Cos(b) (Sqr(AC^2+CC1^2))*Sin(π/2 — b + Atan(CC1/AC))

Уравнения движения точки C1:

Xc1 = OA*Cos(a) + AB*Sin(b) + (Sqr(AC^2+CC1^2))*Cos (π/2 — b + Atan(CC1/AC)) (24)
Yc1 = OA*Sin(a) + AB*Cos(b) + (Sqr(AC^2+CC1^2))*Sin(π/2 — b + Atan(CC1/AC)) (25)

Вывод:

1. Точка C1 (при отсутствии связи)при работе механизма описывает сложную кривую.

2. Размеры звеньев механизма (при отсутствии связи в точке C1) жестко связаны и могут изменяться только в определенных пределах - из условия неразрывности звеньев при движении.

Расчет №2
Задаем параметры

1 - OA — радиус кривошипа
2 - AB — длина шатуна
3 - a — угол меду кривошипом и осью OX
4 — Oxd - расстояние от точки A до оси качания рычага C1D по оси OX
5 - OYd — расстояние от точки A до оси качания рычага C1D по оси OY

Определим уравнение траектории движения точки B. (см. Рис. 4)

Точка B свободна — имеет возможность перемещения в двух координатах

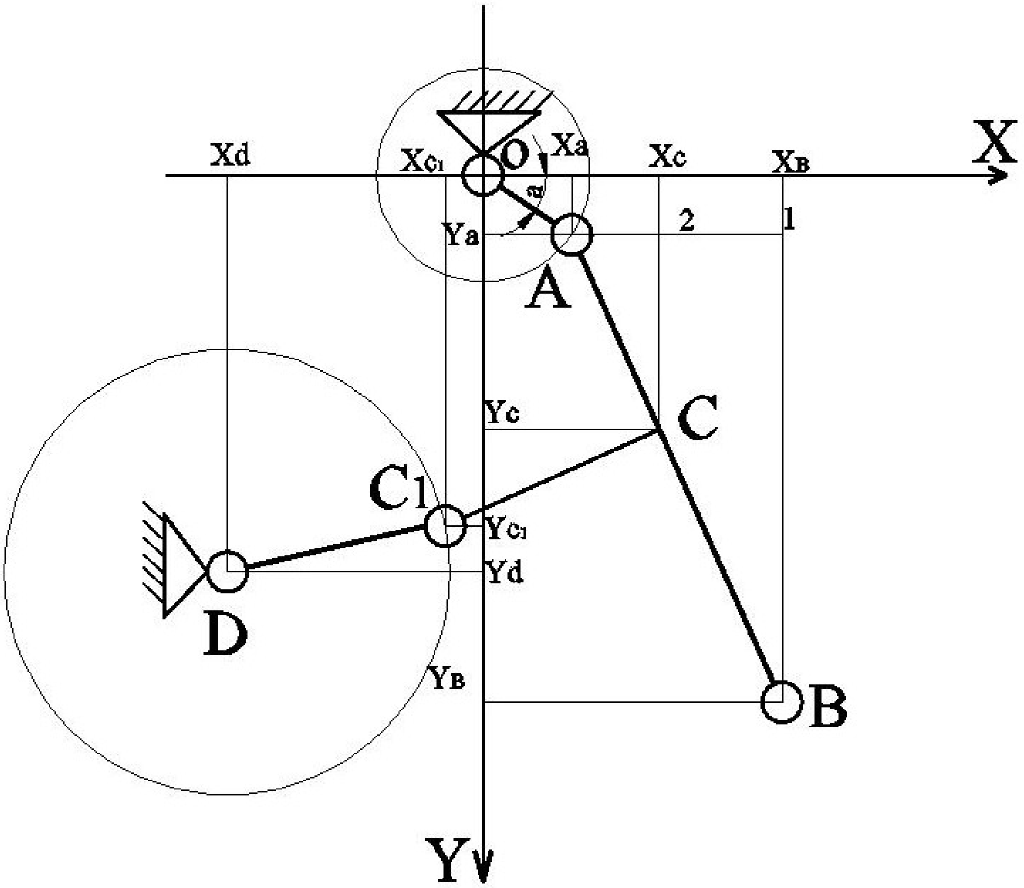

Рис. 4

Уравнение движения точки A
Xa = OA * Cos(a) (1)
Ya = OA * Sin(a) (2)

Составим уравнения движения точки С1:

Для определения координат точки С1 упростим кинематическую схему механизма, заменив трехточечный рычаг АСВС1 одной жесткой связью АС1. См. Рис. 5 и Рис. 6.

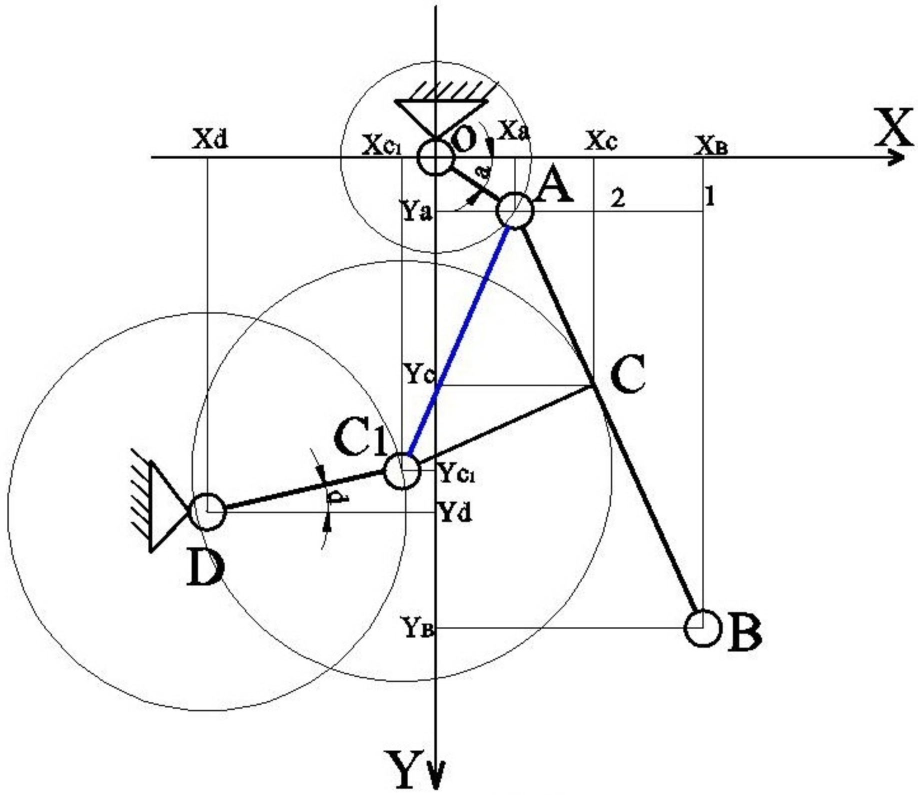

Рис. 5

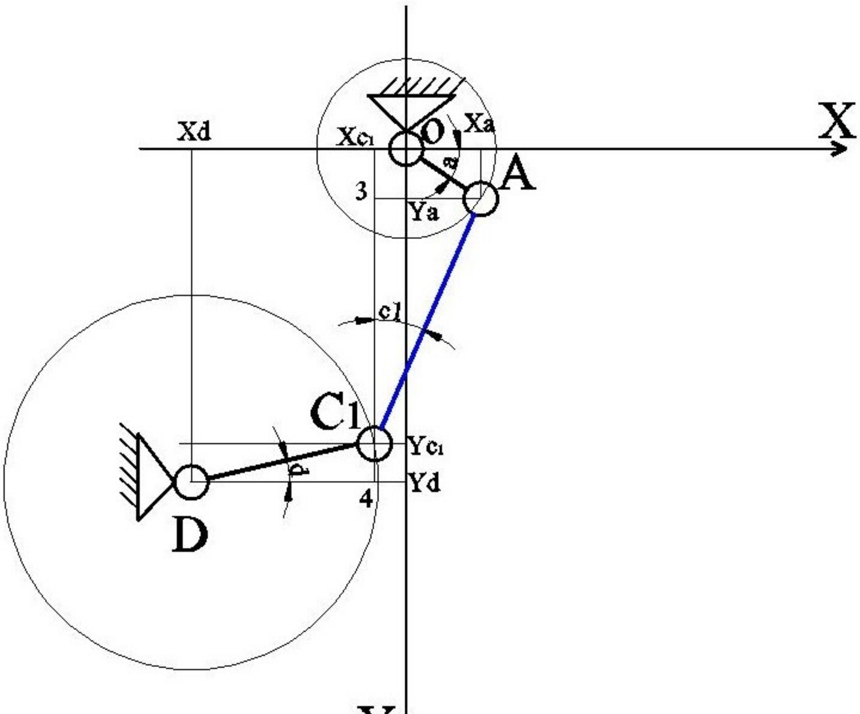

Рис.6

AC1 = Sqr(AC ^ 2 + C1C ^ 2) (3)

Изобразим механизм в удобном для расчета в удобном виде см. Рис. 7 заменив направление оси Y

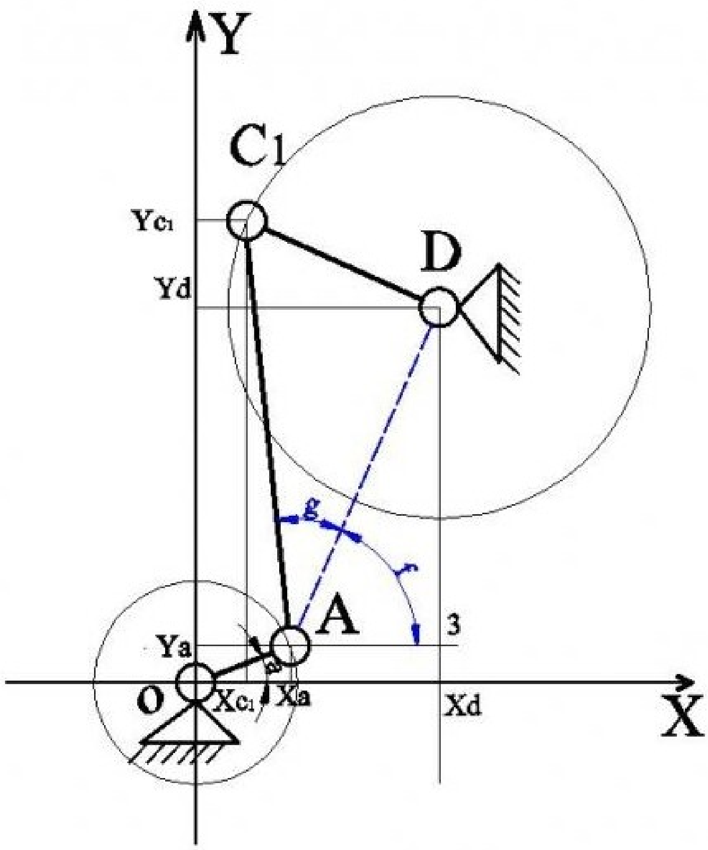

Рис.7

Рассмотрим треугольник A3D. При работе механизма изменяется длина стороны AD
AD = Sqr(A3 ^ 2 + D3 ^ 2)= Sqr((OXd - OA * Cos(a)) ^ 2 + (Yd - OA * Sin(a)) ^2) (4)

Угол g из теоремы косинусов:
DC1 ^ 2 = AC1 ^ 2 + AD ^ 2 - 2 * AC1 * AD * cos(g) (5)
DC1 ^ 2 - AC1 ^ 2 - AD ^ 2= - 2 * AC1 * AD * cos(g) (6)
2 * AC1 * AD * cos(g) = AC1 ^ 2 + AD ^ 2 - DC1 ^ 2 (7)
cos(g) = (AC1 ^ 2 + AD ^ 2 - DC1 ^ 2) / (2 * AC1 * AD) (8)
g = ACos ((AC1 ^ 2 + AD ^ 2 - DC1 ^ 2) / (2 * AC1 * AD)) (9)

Находим угол f:
Tan(f) = D3 / A3 = (OYd - OA*Sin(a)) / (Oxd - OA*Cos(a)) (10)
f = Atan((OYd - OA*Sin(a)) / (Oxd - OA*Cos(a))) (11)

Тогда уравнения движения точки C1:
Xc1 = Xa + AC1 * Cos(f+g) (12)
Yc1 = Ya + AC1 * Sin(f+g) (13)

Xc1 = OA * Cos(a) + (Sqr(AC ^ 2 + C1C ^ 2)) * Cos(Atan((OYd - OA*Sin(a)) / (Oxd - OA*Cos(a))) + gACos ((AC1 ^ 2 + AD ^ 2 - DC1 ^ 2) / (2 * AC1 * AD))) (14)

Yc1 = OA * Sin(a) + Sqr(AC ^ 2 + C1C ^ 2) * Sin(Atan((OYd - OA*Sin(a)) / (Oxd - OA*Cos(a)))+

ACos ((AC1 ^ 2 + AD ^ 2 - DC1 ^ 2) / (2 * AC1 * AD))) (15)

Составим уравнения движения точки С. Для этого механизм на Рис.4 представим в эквивалентном виде на Рис 8:

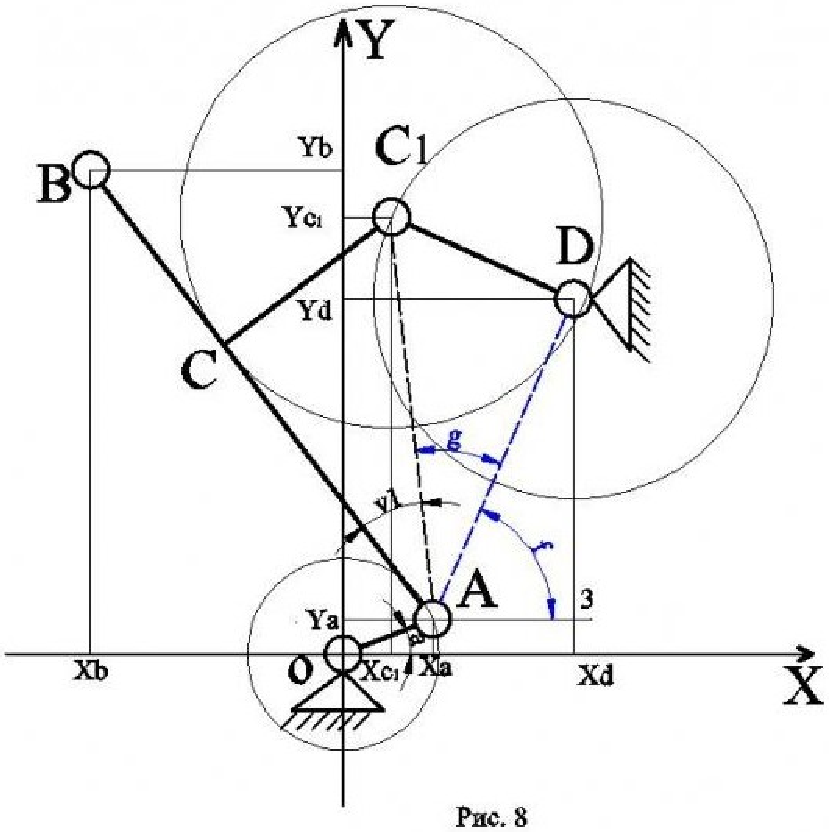

Рис. 8

Угол v1 из треугольника ACC1:

Cos(v1) = AC / AC1 = AC / Sqr(AC ^ 2 + C1C ^ 2) (16)
v1=ACos(AC / Sqr(AC ^ 2 + C1C ^ 2)) (17)

Уравнения движения точки С:
Xc = Xa + AC * Cos(f+g+v1) (18)
Yc = Ya + AC * Sin(f+g+v1) (19)

Или же, подставив:
Xc = OA * Cos(a) + AC * Cos(Atan((OYd - OA*Sin(a)) / (Oxd - OA*Cos(a)))+ACos ((AC1 ^ 2 + AD ^ 2 - DC1 ^ 2) / (2 * AC1 * AD))+ACos(AC / Sqr(AC ^ 2 + C1C ^ 2))) (20)

Yc = YaOA * Sin(a) + AC * Sin(Atan((OYd - OA*Sin(a)) / (Oxd - OA*Cos(a)))+ACos ((AC1 ^ 2 + AD ^ 2 - DC1 ^ 2) / (2 * AC1 * AD))+ACos(AC / Sqr(AC ^ 2 + C1C ^ 2))) (21)

Составим уравнения движения точки В:
Xв = Xa + AB * Cos(f+g+v1)
Yв = Ya + AB * Sin(f+g+v1)

Или же, подставив:

Xb = OA * Cos(a) + AB * Cos(ATan((OYd - OA * Sin(a)) / (OXd - OA * Cos(a))) + ACos((AC1 ^ 2 + AD ^ 2 - DC1 ^ 2) / (2 * AC1 * AD)) + ACos(AC / Sqr(AC ^ 2 + C1C ^ 2))) (22)

Yb = OA * Sin(a) + AB * Sin(ATan((OYd - OA * Sin(a)) / (Oxd - OA * Cos(a))) + ACos((AC1 ^ 2 + AD ^ 2 - DC1 ^ 2) / (2 * AC1 * AD)) + ACos(AC / Sqr(AC ^ 2 + C1C ^ 2))) (23)

Вывод:

1. Точка B (при отсутствии связи)при работе механизма описывает сложную кривую. Как частный случай (при определенном соотношении длин шатунов) - кривую типа «Восьмерки». В общем случае - нечто похожее на эллипс, или элипс с одним острым концом.

2. Размеры звеньев механизма (при отсутствии связи в точке B) жестко связаны и могут изменяться только в определенных пределах - из условия неразрывности звеньев при движении.